

# 1 ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ

## 1.1 СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

В различные исторические периоды развития человечества для подсчетов и вычислений использовались различные способы представления чисел.

Совокупность приемов и правил наименования и обозначения чисел, с помощью которых можно установить взаимно однозначное соответствие между любым числом и его представлением в виде конечного числа символов называют СИСТЕМОЙ СЧИСЛЕНИЯ.

Существуют различные системы счисления. Примеры:

Счет предметов с помощью палочек:

$$| | | | | | | | | | = 12 = XII$$

ДВЕНАДЦАТЕРИЧНАЯ система: английская система мер:

$$1 \text{ фут} = 12 \text{ дюймов}$$

$$1 \text{ шиллинг} = 12 \text{ пенсов}$$

ШЕСТИДЕСЯТЕРИЧНАЯ система: Вавилон

$$1 \text{ час} = 60 \text{ минут}; 1' = 60''$$

$$1^\circ = 60' ; 1' = 60''$$

ДЕСЯТИЧНАЯ система - возникла в Индии, перенесена в Европу арабами, получила название арабской.

Возьмем для примера десятичное число 12 и посмотрим, каким образом оно получается в десятичной системе счисления:

"Две - на - дцать"

$$12 = 1 * 10^1 + 2 * 10^0 = 12$$

где положение чисел 1 и 2 определяется степенью числа 10.

$$\text{Аналогично: } 342 = 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 2 * 10^0 = 300 + 40 + 2$$

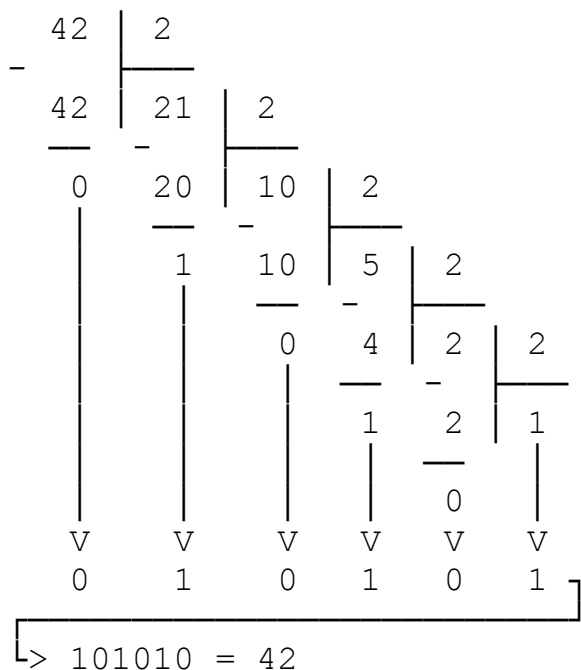
Истинное значение каждой цифры определяется ее местом в числе, т.е. степенью числа 10 - основанием системы счисления.

Система счисления, в которой значение цифры в числе определяется ее местоположением (позицией), называется ПОЗИЦИОННОЙ.

В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ основанием является число 2. В этом случае для записи чисел используют всего две цифры: 0 и 1. Возьмем, например, число 12 и разложим его по степеням 2.

Получим:  $12 = 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 0 * 2^0$

Число 12 в двоичной системе запишется как:  $1100_2 = 12_{10}$



Перевод числа из десятичной в двоичную производится методом последовательного деления числа на 2 до тех пор, пока частное от деления не станет равным 1.

Число в двоичной системе записывается в виде остатков от деления, начиная с последнего частного, справа налево:

Дробная часть представляется суммой отрицательных степеней числа 2. Например,  $0.25 = 2^{-2}$ .

$0.8125 = 0.5 + 0.25 + 0.0625 = 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 0 * 2^{-3} + 1 * 2^{-4} = 0.1101$

При переводе дробей в двоичный код в большинстве случаев результат получается приближительный, поэтому необходимо задавать точность преобразования с нужным количеством знаков после запятой.

Преимуществом двоичной системы счисления является то, что она использует только две цифры. Поэтому в цифровой технике для представления логических сигналов и выполнения операций

над числами в двоичной системе счисления достаточно двух значений напряжения, соответствующих уровням логического нуля и логической единицы. Микропроцессорные устройства оперируют с информацией, представляемой комбинацией двоичных цифр – **битов** (могут принимать значения 0 или 1). Группы битов называют словами. Длина слова – разрядность различна и может составлять 4, 8, 16, 32 и более битов. Слово разрядностью 8 бит называют **байтом**. Диапазон представления чисел одним байтом составляет от 0 до  $2^8 - 1$ , т.е. всего 256 значений.

При необходимости представления двоичных чисел со знаком старший разряд отводится для знака числа (0 – число положительное, 1 – отрицательное). В этом случае диапазон представления однобайтных чисел составляет от -127 до +127.

При написании программ на языках низкого уровня или в кодах МП и при обработке данных широко используются еще две системы счисления.

ВОСЬМЕРИЧНАЯ система в качестве основания использует число 8 и, соответственно, 8 цифр от 0 до 7. Перевод из десятичной системы в восьмеричную осуществляется по тому-же правилу, что и в случае с двоичной системой. Перевести число из двоичной в восьмеричную систему еще проще. Надо число, представленное в двоичном виде, сгруппировать справа налево по три цифры и каждую группу отдельно перевести по правилу перевода из двоичной системы в десятичную. Обратное преобразование – в обратном порядке. Например:

$$\text{число } 453_{10} = 111.000.101_2 = 705_8$$

ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНАЯ система в качестве основания использует число 16 и, соответственно, цифры от 0 до 9 и первые 6 букв латинского алфавита A, B, C, D, E, F. При переводе числа из двоичной системы в шестнадцатеричную надо число, представленное в двоичном виде, сгруппировать справа налево по четыре цифры и каждую группу отдельно перевести по

правилу перевода из двоичной системы в десятичную. Например:

$$\text{число } 453_{10} = 1.1100.0101_2 = 1C5_{16} = 1C5h = 0x1C5$$

ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНАЯ система применяется в тех случаях, когда результат необходимо представить в удобном для восприятия человеком виде (на цифровом индикаторе, ЦПУ и др.). При этом каждая цифра десятичного числа отдельно переводится в двоичный код, причем результат представляется в четырех разрядах и при необходимости дополняется нужным количеством нулей. Окончательный результат получается при записи полученных двоичных чисел подряд, в том порядке, какой был в десятичном числе. Например:

$$\begin{array}{ccc} & 4 & 5 & 3 \\ \text{число } 453_{10} = & 0100 & .0101 & .0011_{2-10} \end{array}$$

## 1.2 ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

СЛОЖЕНИЕ чисел, представленных в двоичном коде, выполняется поразрядно, начиная с младшего разряда. В результате сложения двух первых кодов слагаемых  $X_0$ ,  $Y_0$  получается первый разряд суммы  $S_0$  и код переноса  $P_0$  в следующий разряд. В следующих разрядах код  $S_i$  будет определяться с учетом переноса из соседнего младшего разряда:

$$\begin{array}{r} 7 \quad 0111 \\ 5 \quad 0101 \\ + \text{---} + \text{---} \\ 12 \quad 1100 \end{array}$$

ОПЕРАЦИЯ ВЫЧИТАНИЯ в ЭВМ выполняется так же как и сложение, но при этом отрицательные числа представляются в дополнительном или обратном коде. Смысл перевода отрицательных чисел из прямого в дополнительный и обратный коды поясним на примере с десятичными числами.

Допустим, требуется сложить числа  $X_1=76$  и  $X_2=-58$ . Заменяем код отрицательного слагаемого  $X_2$  его дополнением до 100, так чтобы  $[X_2]_{\text{доп}}=100+X_2=42$ . Сложив числа  $X_1+[X_2]_{\text{доп}}$  получим:

$$Y=X_1+[X_2]_{\text{доп}}=76+42=118$$

Отбрасывая 1 старшего разряда получим искомый результат 18. Равенство полученного результата истинному объясняется тем, что при формировании дополнительного кода к  $X_2$  мы прибавляли 100, а из результата вычитали 100 отбрасыванием старшего разряда.

$$Y=X_1+[X_2]_{\text{доп}}-100=X_1+[X_2+100]-100=76+[-58+100]-100=18$$

При записи двоичного числа в прямом коде в знаковом разряде ставится его знак (0 - плюс, 1 - минус), а само число записывается в естественной форме:

$$X=13_{10} \quad [X]_{\text{пр}}=01101_2$$

$$X=-13_{10} \quad [X]_{\text{пр}}=11101_2$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ КОД отрицательных двоичных чисел получается заменой двоичных кодов во всех разрядах на взаимно обратные (0 на 1, 1 на 0). После этого к младшему разряду числа добавляется 1. В знаковом разряде отрицательного числа записывается 1.

$$[-14]_{\text{доп}} = [-01110]_{\text{доп}} = [10001+1] = 10010$$

Кроме дополнительного кода для представления отрицательных чисел используется ОБРАТНЫЙ КОД. В этом случае в знаковом разряде записывается 1, а в остальных разрядах цифры заменяются на взаимно обратные

$$[-14]_{\text{обр}} = [-01110]_{\text{обр}} = 10001$$

При выполнении арифметических операций с отрицательными числами производится поразрядное сложение слагаемых, начиная с младшего и кончая знаковым разрядом. Если используется дополнительный код, то возможная единица переноса из знакового разряда отбрасывается, при использовании обратного кода единица переноса знакового разряда суммируется с младшим разрядом полученной суммы. Результат вычисления получается в том коде, в каком были представлены слагаемые. Положительные числа в прямом, обратном и дополнительном кодах имеют одну и ту же форму записи. Например:

|           |             |               |               |
|-----------|-------------|---------------|---------------|
| 12        | X1пр=0.1100 | X1обр=0.1100  | X1доп=0.1100  |
| 5         | X2пр=0.0101 | X2обр=1.1010  | X2доп=1.1011  |
| - 7       | Sпр= 0.0111 | 10.0110       | 10.0111       |
|           |             | └─>┘          | <─┘           |
|           |             | Sобр= 0.0111  | Sдоп= 0.0111  |
|           |             |               |               |
| Y=5-12=-7 |             | X1обр=0.0101  | X1доп=0.0101  |
|           |             | X2обр=1.0011  | X2доп=1.0100  |
|           |             | + ─────────── | + ─────────── |
|           |             | Sобр= 1.1000  | Sдоп= 1.1001  |
|           |             | Sпр= -0.0111  | Sпр= -0.0111  |

УМНОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ, представленных в форме с фиксированной точкой, включает в себя определение знака и абсолютного значения произведения. Знаковый разряд

произведения может быть получен суммированием знаковых разрядов сомножителей без формирования переноса (так называемое суммирование по модулю 2). Действительно, при совпадении цифр знаковых разрядов сомножителей (0 и 0, либо 1 и 1) их сумма по модулю 2 равна 0, т.е. соответствует знаковому разряду произведения двух сомножителей, имеющих одинаковые знаки; при несовпадении цифр знаковых разрядов эта сумма будет равна 1, что также соответствует знаковому разряду произведения двух сомножителей с разными знаками. Абсолютное значение произведения получается путем перемножения чисел без учета их знаков (так называемого кодового умножения).

Пусть производится умножение чисел  $13_{10} = 1101_2$  и  $11_{10} = 1011_2$

|     |          |
|-----|----------|
| 13  | 1101     |
| X   | X        |
| 11  | 1011     |
| 13  | 1101     |
| +   | +        |
| 13  | 0000     |
| 143 | 1101     |
|     | 10001111 |

Как видно из примера, в процессе выполнения операции умножения формируются частичные произведения (произведения множимого на цифры разрядов множителя), которые суммируются с соответствующими сдвигами друг относительно друга. В цифровых устройствах процессу суммирования частичных произведений придают последовательный характер: формируется одно из частичных произведений, к нему с соответствующим сдвигом прибавляется следующее частичное произведение, к полученной сумме прибавляется с соответствующим сдвигом очередное частичное произведение и т.д., пока не окажутся просуммированными все частичные произведения. Этот процесс суммирования можно начинать с младшего либо старшего

частичного произведения.

При умножении целых чисел для фиксации произведения в разрядной сетке должно предусматриваться число разрядов, равное сумме числа разрядов множимого и множителя.

ДЕЛЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ. Будем рассматривать операцию алгебраического деления чисел, представленных в форме с фиксированной точкой. при этом выполнение операции содержит действия, связанные с определением модуля частного. Знак частного может быть найден тем же приемом, что и знак произведения в рассмотренной выше операции умножения с отделением знаковых разрядов.

На рисунке 1 показана схема алгоритма нахождения частного положительных чисел  $a$  и  $b$ .



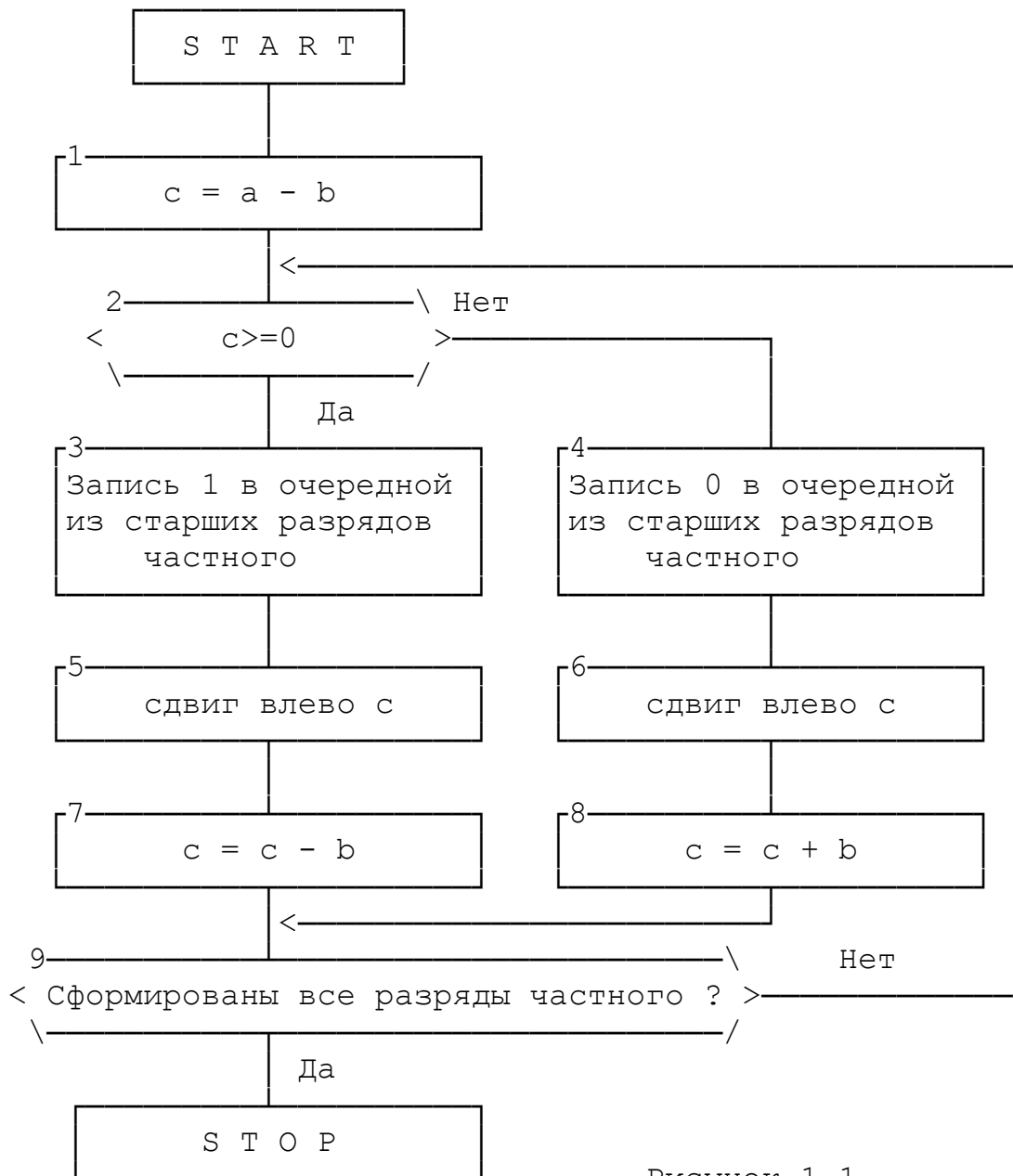
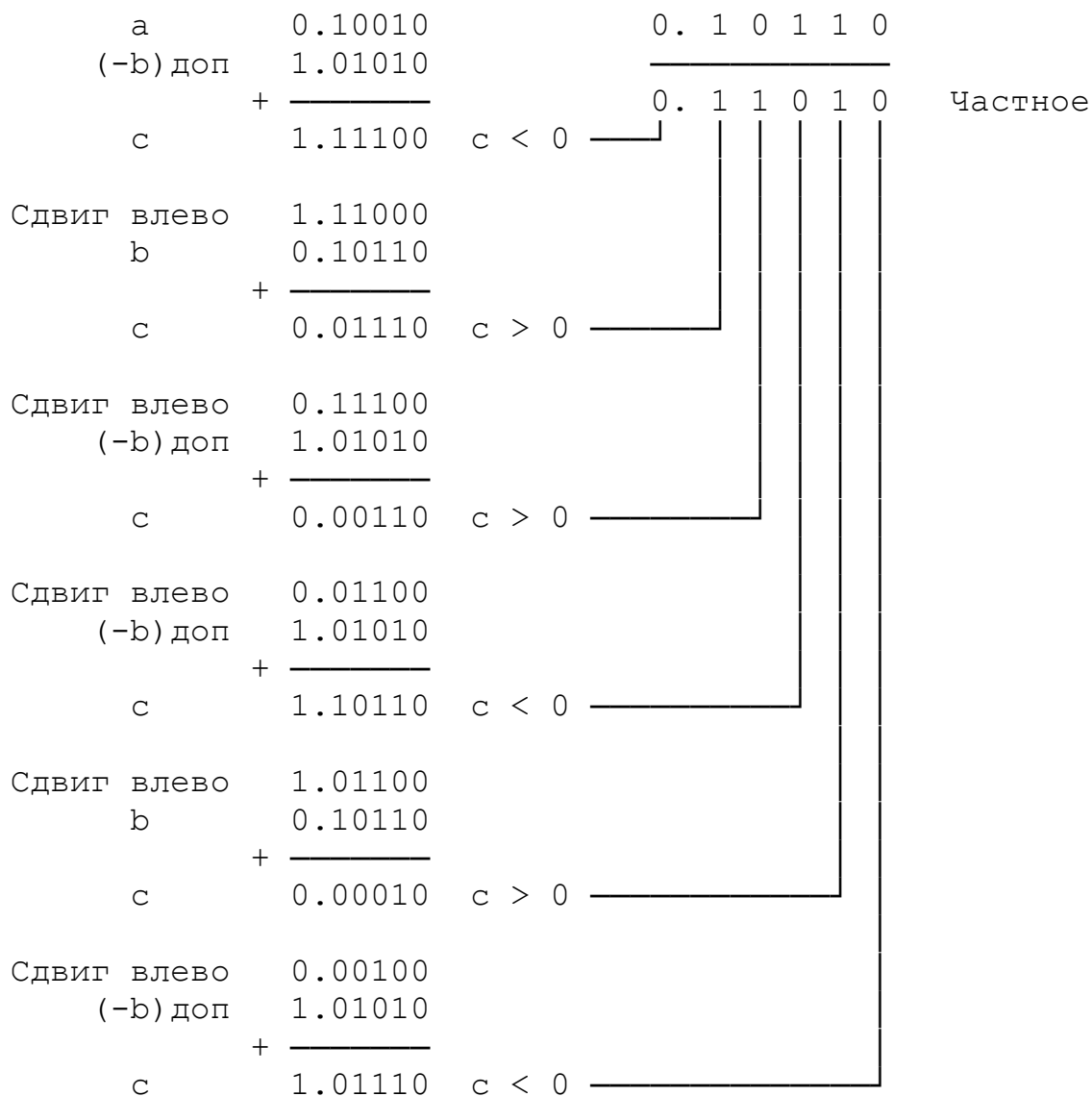


Рисунок 1.1

Покажем выполнение операции на примере. Пусть после отделения знаковых разрядов модули делимого и делителя представляются соответственно числами  $a=0.10010$  и  $b=0.10110$ .

Встречающуюся в алгоритме операцию вычитания числа заменим прибавлением числа  $-b$ , представленного в дополнительном коде:  $(-b)_{\text{доп}}=1.01010$ .



Проверка:  $a=0,10010_2 = 0,5625_{10}$   
 $b=0,10110_2 = 0,6875_{10}$   
 $a/b=0,11010_2 = 0,8125_{10}$

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Калабеков Б.А. Микропроцессоры и их применение в системах передачи и обработки сигналов: Учеб. пособие для вузов.- М: Радио и Связь 1988. - 368 с.